

# 幾何学的トレーディング方法の有効性について

NPO法人科学カフェ京都 下浦 一宏 (Kazuhiro SHIMOURA)  
E-mail: kshimoura@gmail.com

コンスタントに市場から収益を上げるトレーダーが存在する事から、効率的市場仮説は比較的小資金では破れている。この10年程システムトレードの研究が進み、どのようなロジックが有効かについても解明されてきている<sup>(1)</sup>。システムトレードではチャートの幾何学的特性であるテクニカル指標が用いられるが、なぜこれらの指標が有効に機能するかの理論的裏付けは明確でなかった。私は以前、株価変動のモデルとして、ロジスティック写像を適用する事を提案したが<sup>(2)</sup>、今回このモデルとテクニカル指標との関連性について考察した。

## 1. はじめに

ロジスティック写像は、生物の個体数が世代を重ねる度にどのように変動していくのかのモデルとして用いられる。また係数  $a$  により、そのカオス的性質が決定されることが知られている。

$$X_{n+1} = a X_n (1 - X_n) \quad (1)$$
$$0 \leq a \leq 4, \quad 0 \leq X_0 \leq 1$$

図1にロジスティック写像の分岐について示す。  
 $a < 3$  のとき  $X_n$  はある一定の値に収束する。  
 $3 \leq a$  のとき  $X_n$  が2つの値を繰り返す様になる。  
さらに  $a$  を増やすと  $X_n$  のとる値が4つ、8つと増加していく。  
 $3.56995 < a < 4$  のとき  $X_n$  のとる値に規則性が見られなくなる(カオス領域)。この境界値  $3.56995$  をファイゲンバウム点と呼ぶ。  
 $a > 4$  では  $X_n$  は発散する。

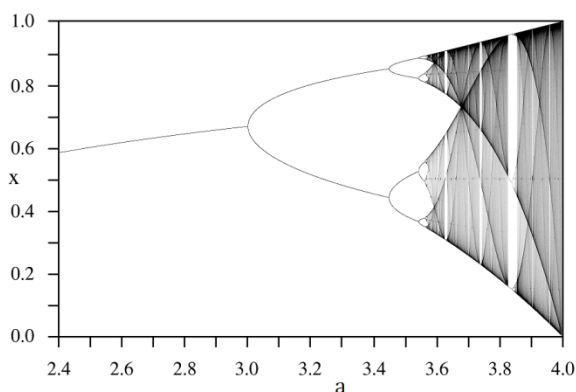


図1 ロジスティック写像の分岐

## 2. 日本の株式市場の構造

大阪取引所における日経225先物は、暴落時には

取引枚数が増えるが、平均して1日10万枚前後が取引されている。



図2 日経225先物の値動きと取引枚数

先物市場のトレーダーは、スペキュレーターとヘッジャーに分類されるが、ここでは、(a) リスクを取って片張り取引を行う者(能動的トレーダー)と、(b) 現物市場との裁定取引を行う者(受動的トレーダー)とに分類する。

先物市場での価格変動を引き起こすのは、(a)の能動的トレーダーである。(b)の受動的トレーダーは、(a)のトレーダーの反対売買を行って先物市場に流動性を提供するとともに、現物市場で逆のポジションを持つことにより現物市場の価格変動を引き起こす。

(1)のロジスティック写像は、先物市場の能動的トレーダーのポジションの偏りを記述する。 $X_n$  はポジションの大きさを示し、0近傍ではトレンドに乗り遅れないようにポジションを積み増す作用がはたらき、1近傍では利益確定のためポジションを減らす作用がはたらく事を示している。

先物市場での価格変動は、受動的トレーダーを通じて、現物市場の株価に「織り込まれる」。即ち、

翌日の株価は、前日の現物市場の終値を原点とし、前日の能動的トレーダーのポジションの偏りを初期条件として決定されるものと仮定する。

図3に日本の株式市場の構造を示す。先物同士の裁定取引は、SGX（シンガポール）やCME（シカゴ）との間でも行われている。

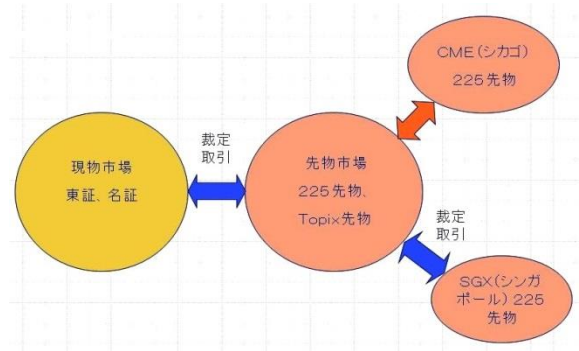


図3 日本の株式市場の構造

### 3. 日経平均株価の合成

以上の仮定の下に、日経平均株価の合成を行う。もし、現物市場での「織り込み効果」が無ければ、株価はある範囲で上下運動するのみであろう。「織り込み効果」を導入することにより、株価にトレンドが発生する。(1)の写像を拡張して、(2)、(3)の写像を考える。 $Y_n$  はポジション  $X_n$  から派生した、日々の価格変動を示しており、 $k$  は受動的トレーダーによる反対売買の効果を示す定数である。

$$X_{n+1} = a X_n (1 + X_n) \quad (2)$$

$$0 \leq a \leq 4, \quad -1 \leq X_0 \leq 0,$$

$$Y_n = X_n + k \quad (3)$$

$$0 < k < 1$$

図4に  $X_0 = -0.5$ ,  $a=3.99$  とした場合の  $X_n$  を示す。 $X_n$  は良く知られているように、 $-1 < X_n < 0$  の範囲でカオス振動を行う。

図5に「織り込み効果」を導入して、 $Y_n$  を積分した結果を示す。 $k = 0.523$  とした。

図6に、実際の日経平均株価の終値を示す。期間は2008/6/9から、2008/12/9に至る126ポイントである。この間、サブプライムショックによる暴落があったが、暴落直後において、ロジスティック写像から合成した波形と似た波形が出現していることがわかる。

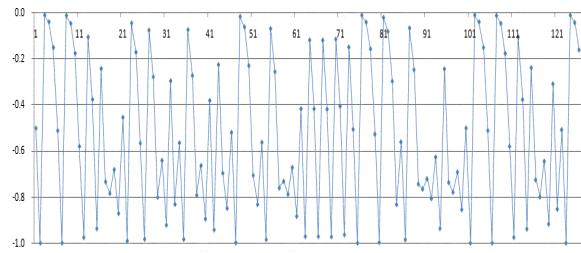


図4 ロジスティック写像（下に凸,  $a=3.99$ ）

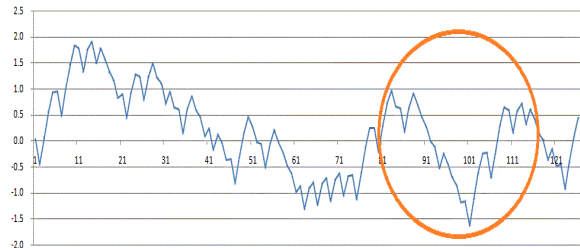


図5 ロジスティック写像から合成した波形（下に凸,  $a=3.99$ ,  $k=0.523$ ）

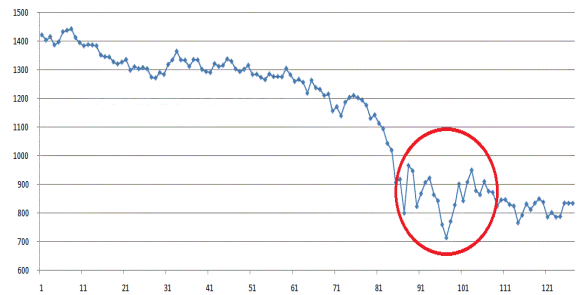


図6 日経平均先物終値（2008/6/9-2008/12/9）

図5、図6より、以下の点が考察される。

- (1) 短期的な株価変動は、ロジスティック写像により記述できる可能性がある。これは短期的な売買で動いている資金量がほぼ一定である事によると考えられる。（短期資金量保存則）
- (2) ロジスティック写像は、上に凸のタイプと下に凸のタイプが考えられ、それぞれ上昇トレンド、下降トレンドに対応していると考えられる。

実際の株価は、先物取引量の変動、係数  $a$  の変動、現物市場の変動、等の要因により、モデルから乖離すると考えられるが、後で述べるように時間等のパラメータをうまく選定する事により、近似的にこのモデルを適用する事が可能であると考えられる。

#### 4. ロジスティック写像における仮想ポテンシャル

ロジスティック写像は決定論的であるため、次の時間ステップでどちらに移動するかは一意的に定まる。この性質から仮想的なポテンシャルを定義できる。

図7はポテンシャルの勾配が、次の時間ステップの移動量を表すように定義された計算例である。関数形は下に凸であり下降トレンドの場合である。

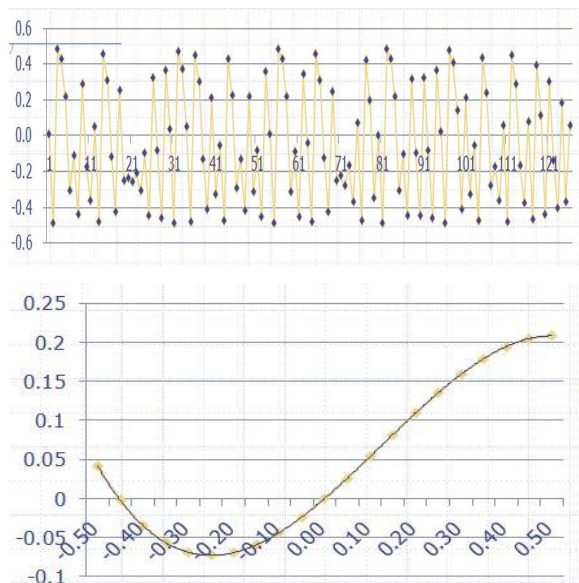


図7 仮想ポテンシャルの計算例

下降トレンドのポテンシャルと、上昇トレンドのポテンシャルを合成する事により、トレンド転換が記述できる。図8にポテンシャル合成の例を示す。この場合トレンド転換の確率は、簡単な計算から係数  $a$  を

$$a = 4(1 + b)$$

として、 $\sqrt{b}$  で与えられる。

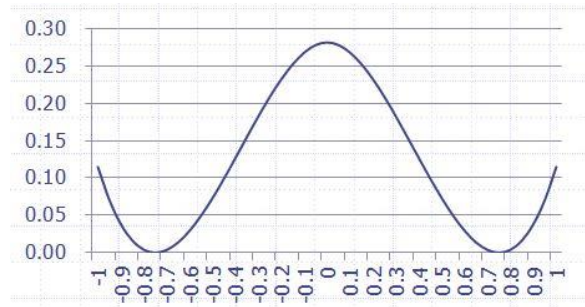
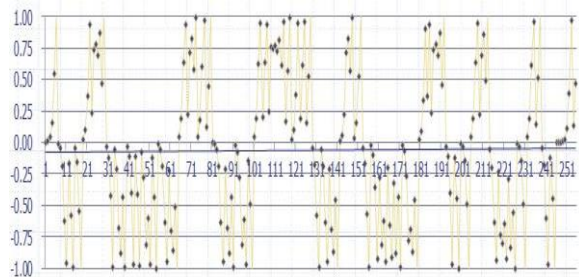


図8 仮想ポテンシャルの合成例

図9に、トレンドが継続している場合と、トレンド転換した場合の波形例を示す。



図9 トレンド継続、トレンド転換の例

#### 5. 仮想ポテンシャルの干渉

実際の株価では、かなり頻繁にトレンド転換が発生する。したがって株価は上昇トレンドに対応したポテンシャルと、下降トレンドに対応したポテンシャルが干渉した場の中で変動していると考えられる。

図10にポテンシャルの干渉の計算例を示す。



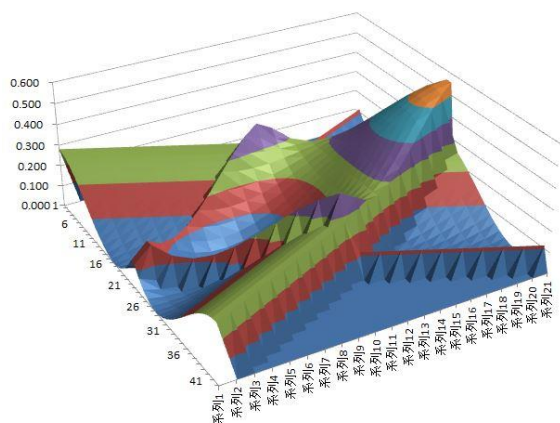


図10 ポテンシャル干渉の計算例

## 6. トレーディングへの応用

最後に、ロジスティック写像をベースとした価格モデルを実際のトレーディングに応用する可能性について考察する。

### (1) トレンドの継続性を利用するもの

トレンドがある程度継続する性質を利用したもので、株価に沿ってトレンドラインを引き、それをブレイクする事でトレンド転換を検出する方法である。



図11 トレンドラインのブレイクの例

### (2) ポテンシャルの周期性を利用するもの

ポテンシャルの干渉は、周期構造を持つことからボリンジャーバンド等で、それを観測する方法である。図12にマザーズ指数における周期構造の例を示す。パラメータは10分足で60本の設定としており、周期約2日の周期構造が観測された。ボリンジャーバンドの閉じた点から、ブレイクした方向にポジションを取る方法等が考えられる。



図12 マザーズ指数における周期構造の例

量子力学における「コペンハーゲン解釈」では、観測した瞬間に波動関数の収縮が起こるとされる。一方、カオス的システムでは、観測値は初期値に鋭敏に依存するため、観測している株価は、偶々ある初期条件に対して実現されたものであり、実際にはある領域に分布しうるものであると解釈される。ボリンジャーバンドのパラメータを上手く設定する事により株価分布の目安を与えられられる。(ボリンジャーバンドの量子論的解釈)

## 7. まとめ

- (1) ロジスティック写像を用いて、短期(数日単位)で移動している資金がつくる仮想ポテンシャルについて考察した。システムトレーダーは、この局所的なポテンシャルを利用していると考えられる。
- (2) カオス理論の立場では、ティックデータ等の細かい値動きにはあまり意味がなく、価格はある範囲にわたり確率的に分布するものと考えらるべきである。この点からボリンジャーバンドの量子論的解釈について提案した。
- (3) 実トレードへの応用としては、トレンドの継続性を利用した戦略、ポテンシャルの周期性を利用した戦略、等が考えられる。

## 参考文献

- (1) 斉藤正章, 「システムトレード発見のポイント」, パンローリング (2013).
- (2) 下浦一宏, 「ロジスティック写像を用いた日経平均株価の合成」第21回自律分散システムシンポジウム, 2A3-2, とりぎん文化会館 (2009.1).
- (3) 倉都康行, 「カオスで挑む金融市場」, 講談社ブルーバックス (1996).