

4次元を超える時空は 物理として意味があるだろうか

第64回科学カフェ・科学交流セミナー
中西襄（京都大学名誉教授）

2010年1月15日（土）

基礎物理学研究所湯川記念館パナソニックホール



ライトモチーフは、[“量子重力から時空起源の問題へ”](#)で、[超弦理論](#)への不満もこの観点からである。主に数学者の在籍する[数理解析研究所](#)の教授であったことからわかるように、一貫して「時空を解明する一般理論」確立のため、数学的な立場から物理学を研究してきた。素粒子論をやっているという、湯川はんには聞きはったと言われると不満を漏らしている。それだけの自信があるのだろう。しかし、研究は、湯川の中期、後期の根源的-理論的な側面を受け継ぎ、[内山龍雄](#)のゲージを受け継いでいる。逆に言えば、素粒子論の個々の課題には取り組まなかった。[朝永振一郎](#)、[坂田昌一](#)グループに、[武谷三男](#)が、実験結果の重要性を説き、[南部陽一郎](#)らは研究の指針としたのに対し、[荒木不二洋](#)以降の京大学派(湯川周辺)は、一般論確立の方向に行った。「[場の量子論](#)における散乱振幅の諸性質の分析」により1973年度[仁科記念賞](#)を受賞。[超弦理論](#)に対して批判的なことで知られており、

**彼ら(余次元理論の研究者)は
あまりにも多くのことを仮定し、
あまりにも少ない結果しか出さないのである**

と皮肉っている

(「素粒子論研究」102(2001), 43のエッセイにこのことが書いてあります)

著書「相対論的量子論」ブルーバックスが素人に読める本

余次元

数学的に高次元の時空を考えることは極めて容易.



余次元は物理的実在として意味があるのか?

時間が2次元以上 ダメ

因果律の問題が難しい



空間的余次元を考える.

空間の定義

3 次元空間 (3)

→ 3つの独立な方向 (縦, 横, 上下)

4 次元時空 (3+1)

→ 相対性理論により, 空間+時間

余次元 (d)

→ 余剰次元, 異次元

→ バルク: 4 次元時空+余分の次元
3+1+d 次元 (dは1以上)

空間とエネルギーのスケール 10^{-2}

$$10^{-5} \text{ cm} \Leftrightarrow \text{eV} = 10^{-9} \text{ GeV}$$

原子のサイズ $\mapsto 10^{-8} \text{ cm}$

化学エネルギー

$$10^{-11} \text{ cm} \Leftrightarrow \text{MeV} = 10^{-3} \text{ GeV}$$

原子核のサイズ $\mapsto 10^{-13} \text{ cm}$

核反応エネルギー

$$10^{-14} \text{ cm} \Leftrightarrow \text{GeV}$$

反核子消滅のエネルギー

$$10^{-17} \text{ cm} \Leftrightarrow \text{TeV} = 10^3 \text{ GeV}$$

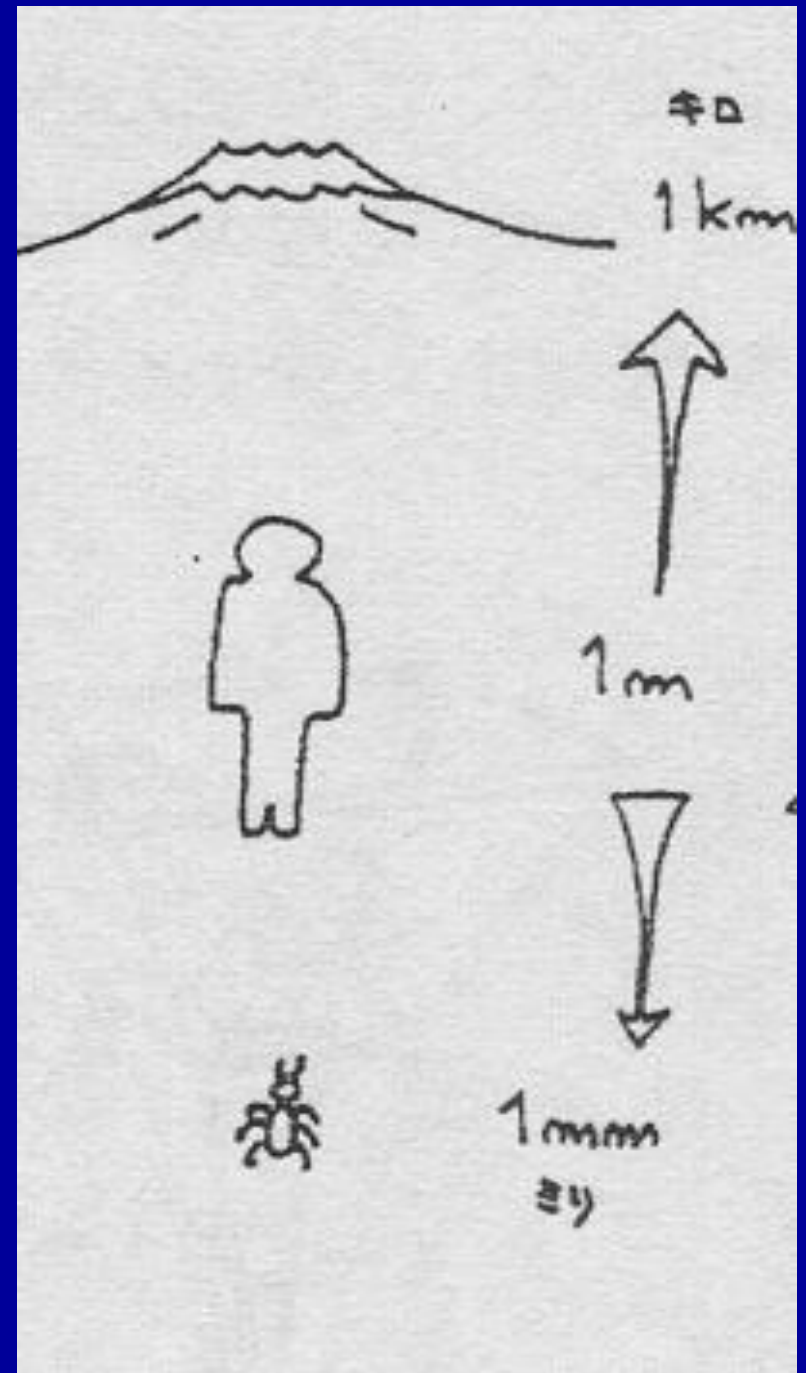
高エネルギー実験
のフロンティア

$$10^{-33} \text{ cm} \Leftrightarrow 10^{19} \text{ GeV}$$

プランク質量
= 量子重力の領域

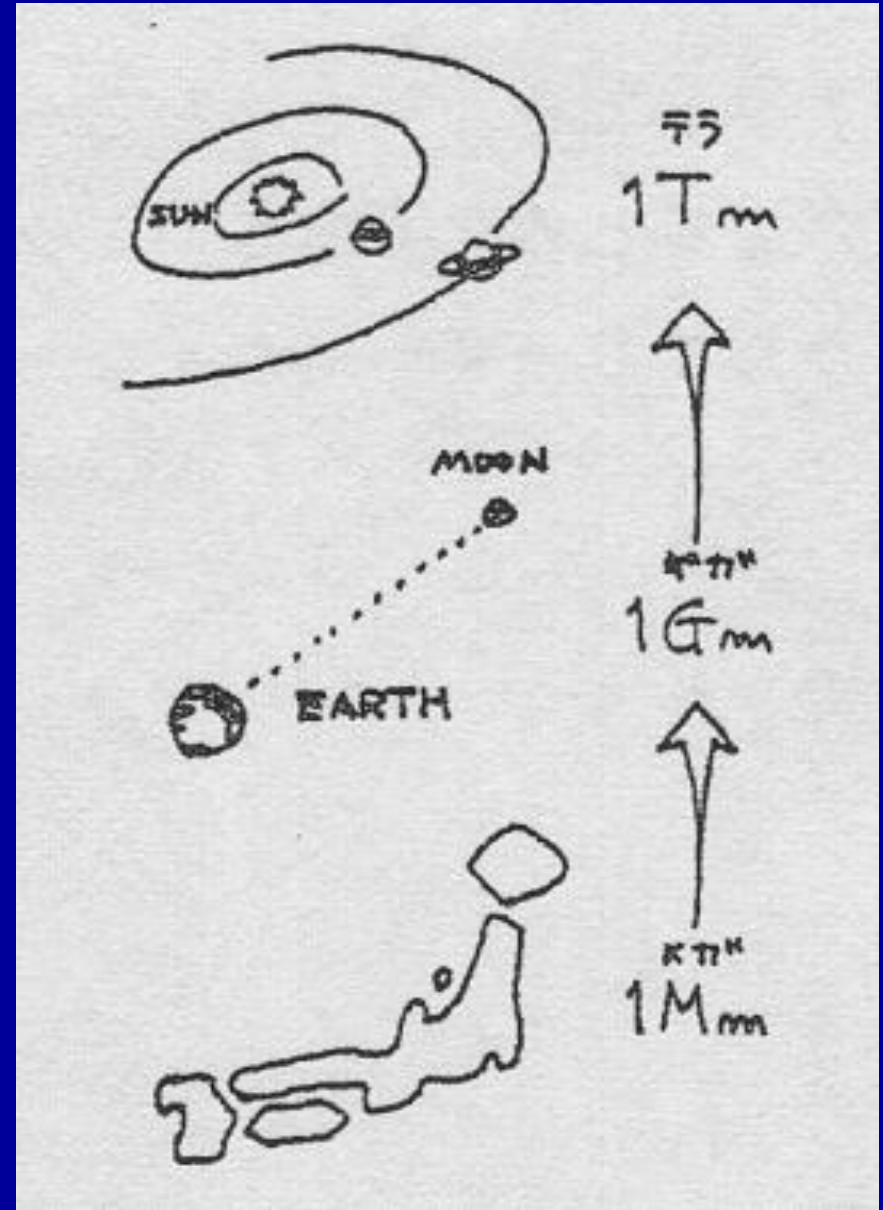
大きな単位 例 物の長さ

メートル
人間中心
の発想



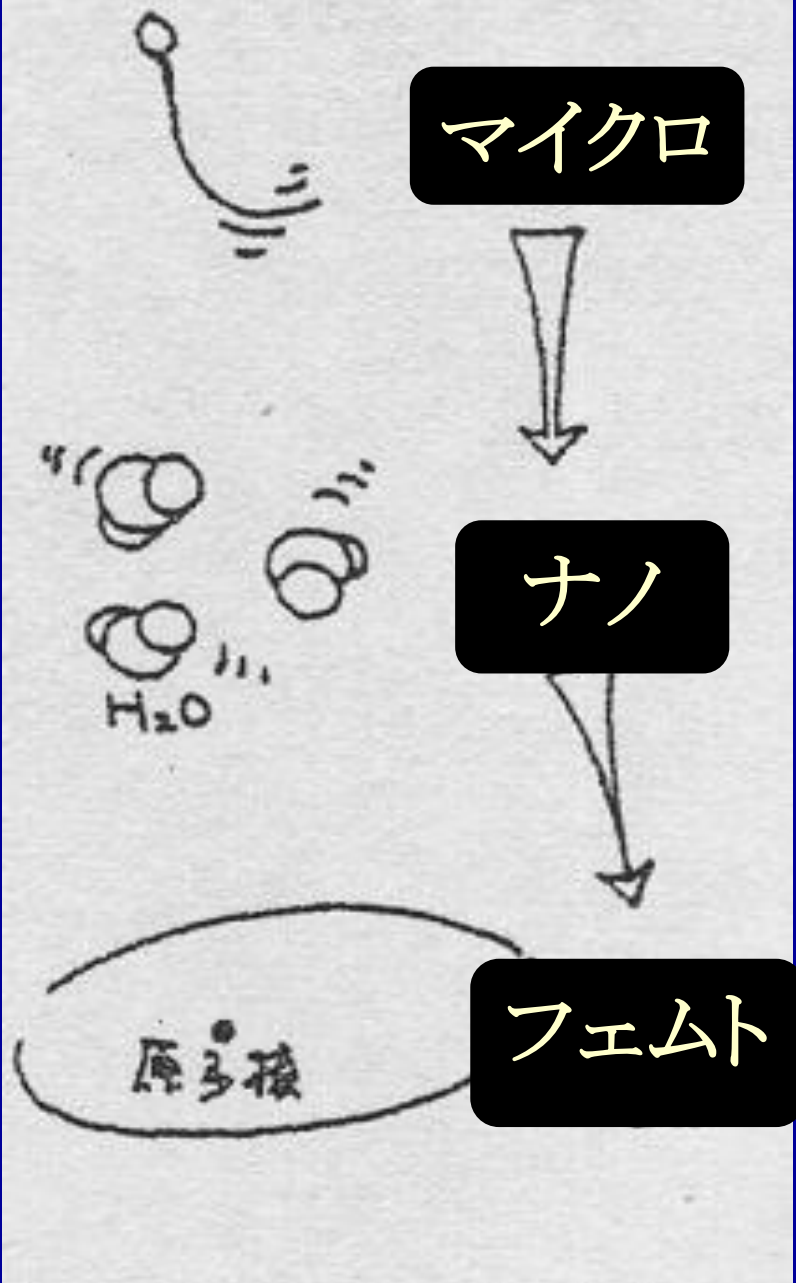
大きな単位

- エкса → E(10^{18})
- ペタ → P(10^{15})
- テラ → T(10^{12})
- ギガ → G(10^9)
- メガ → M(10^6)
- キロ → K(10^3)
- ヘクト → h(10^2)
- デカ → da(10^1)



ついでに 小さな単位

- デシ → $d(10^{-1})$
- センチ → $c(10^{-2})$
- ミリ → $m(10^{-3})$
- マイクロ → $\mu(10^{-6})$
- ナノ → $n(10^{-9})$
- ピコ → $p(10^{-12})$
- フェムト → $f(10^{-15})$



余次元理論の歴史

- 1916 年 アインシュタイン
  一般相対性理論
- 1921 年, 1926 年 カルーツァ・クライン
  5 次元統一場理論

一般相対性理論の重力場を5次元に拡張.

第5次元目の成分を4次元電磁場ポテンシャル A_μ と同定.

第5次元は極端に小さいサイズ

(プランク・スケール $10^{-33}cm$)と仮定

- 1925 年 量子力学 → 場の量子論(1929 年)
電磁力＋強い相互作用＋弱い相互作用
微視的世界では、重力は無視、
- 1968 年—1970 年代
 標準理論(電弱理論＋量子色力学)
4 次元時空の特殊相対論の枠組みでのゲージ
場の量子論. 朝永のくりこみ理論で矛盾なし

すべての実験的検証に耐えてきたすばらしい理論.

4つの力→相互作用

重力

電磁力

弱い力

強い力



電弱相互作用

素粒子論研究者が標準理論に満足していない理由

- 1) 電弱理論と強い力は統一されていない.
- 2) 無限大になる(2次発散)する質量の補正項をプランク質量で切断して計算すると, 不自然に巨大になる.
- 3) 素粒子の質量の大きさのバラツキが大きく、大きさの違い(階層性)が説明できない.
- 4) パラメータの数が多すぎる.
- 5) 重力の問題は全く埒外である

これらの問題の解決に向けて

- 1) に対しては大統一理論
- 2) に対しては超対称性理論

- **いずれも実験的支持なし**

4次元時空での拡張の試み(1)

- カルーツァ・クライン理論のリバイバル(1975 年)
ヤン・ミルズ場(リー群が高次元のゲージ場)
を余次元に埋め込む. d は1 よりも大.
- カルーツァ・クライン超重力(1980 年代初め)
一般相対性理論と超対称性理論を融合した
理論である超重力理論の余次元理論.
11 次元時空(すなわち $d = 7$)で考えるのが
最も自然.

標準理論を含み得ないことがわかって捨てられた.

4 次元時空での拡張の試み(2)

超弦理論(超ひも理論)

(グリーン・シュヴァルツ, 1984 年)

- ・超対称性を取り込んでハドロンの弦理論を20 桁スケールダウン.
- ・重力をも含む素粒子の統一理論になる可能性
(「究極理論の候補」?).
- ・アノーマリー・フリーという条件から
時空が10 次元 $\rightarrow d=6$

6 次元空間は分離して, 薄っぺらとする
(プランク・スケール)

最近の新しい動向(1)

- 超弦理論におけるD-ブレーンの導入
(ポルチンスキー, 1995 年)

D-ブレーン

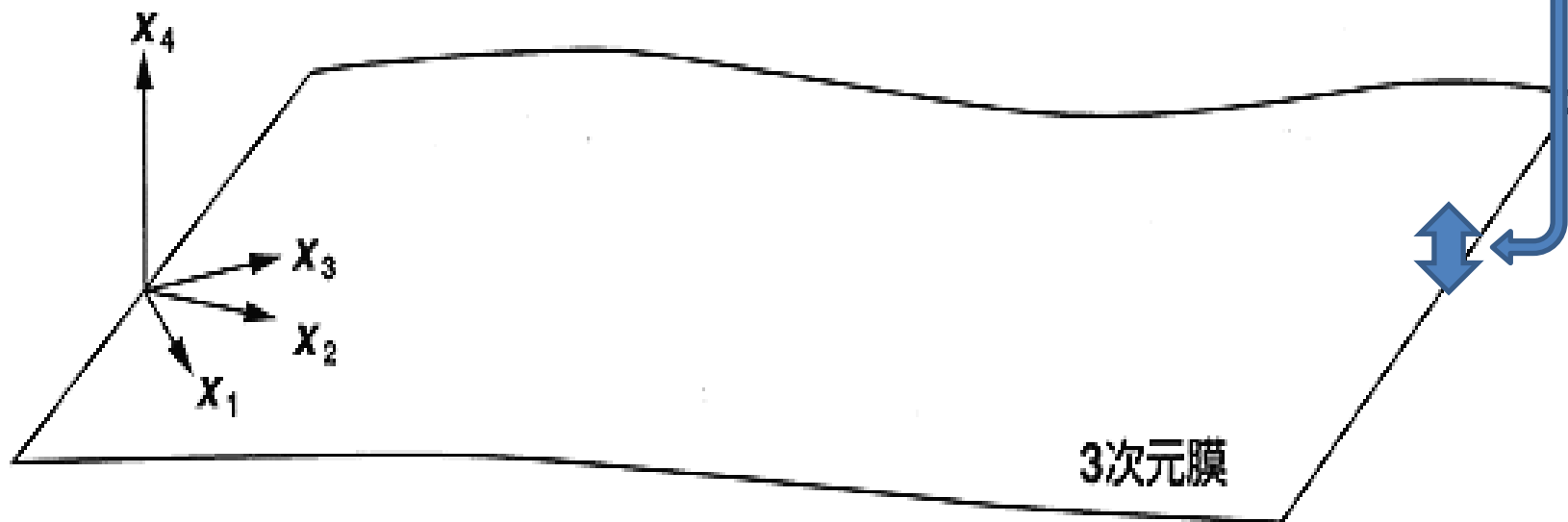
開弦の両端が乗っかるソリトンのようなもの
D + 1 次元の時空のように振舞うと想定
(導出は??).

D = 3 のブレーンの1つ を
われわれの住む時空と同定.

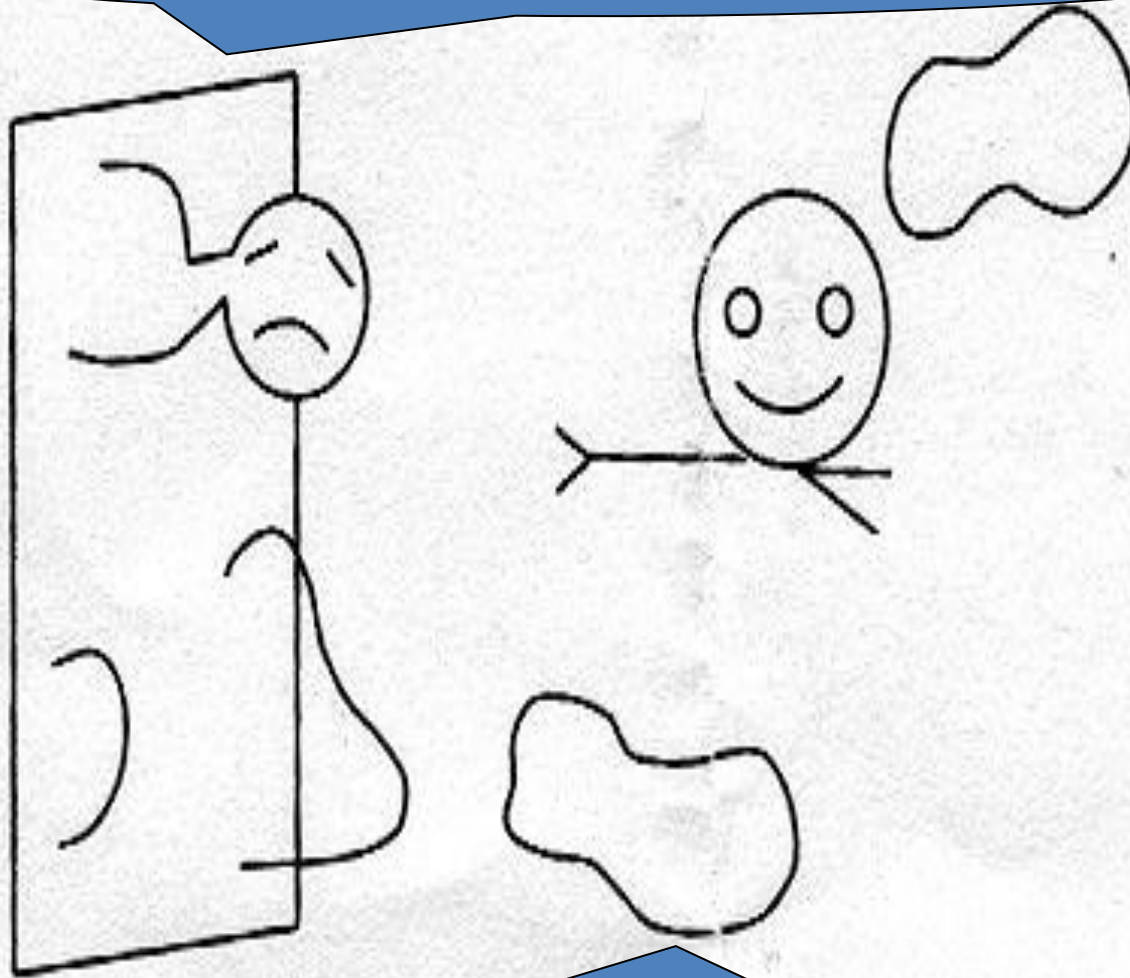
閉弦は重力子に対応
重力のみ3-ブレーンの外へ伝播.

4次元を越える世界 3次元の膜

4次元目はとても薄っぺら…
膜状 Brane



電磁粒子(光子)、強弱相互作用を引き起こす粒子は
膜に引っ張られて出れないよ

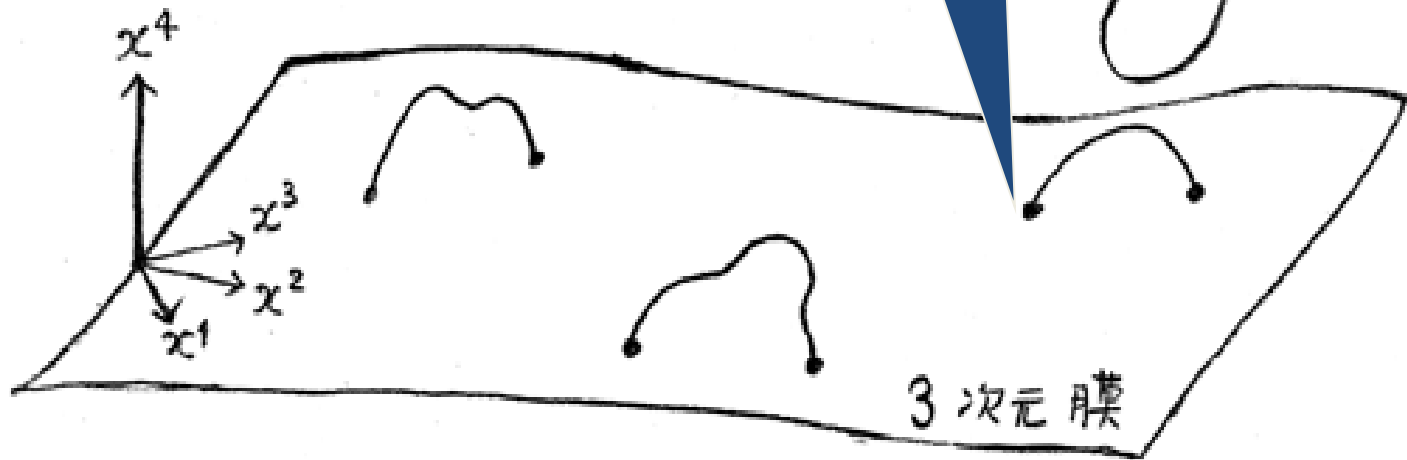


重力の粒子だけは膜の外へ出られる

重力が弱い $\Leftrightarrow$ 余次元に拡散した???

重力: グラビトン
膜から飛び出す!!

ゲージ粒子
膜上から逃げられない



最近の新しい動向(2)

- 大きな余次元を持つカルーツァ・クライン理論
(アルカニハメド・ディモプロス・ドヴァリ, 1998 年)
重力以外の相互作用を
われわれの空間に閉じ込める(仮説)
- 実験的に許される余次元のスケール
重力以外の相互作用
標準理論からのずれは 10^{-17} cm 以下
重力: ニュートンの万有引力の
法則からのずれは 10^{-1} cm 以下
(ただしこれは当時のデータ, 現在はもっと短い)

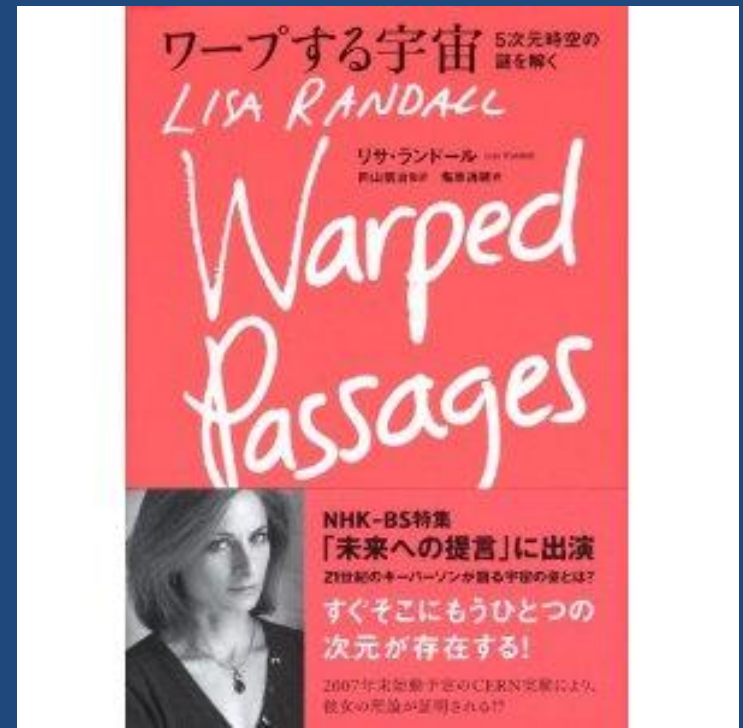
最近の新しい動向(3)

ワープする余次元空間

(ランドール・サンドラム, 1999 年)

小さな余次元空間でも
 10^{-17}cm のスケールが
実現できるモデル.

第5 次元座標に
「ワープ因子」を持ち込む.
→→ 3) (階層性) が解決?



素粒子論研究者が標準理論に満足していない理由

- 1) 電弱理論と強い力は統一されていない.
- 2) 無限大になる(2次発散)する質量の補正項をプランク質量で切断して計算すると, 不自然に巨大になる.
- 3) 素粒子の質量の大きさのバラツキが大きく、大きさの違い(階層性)が説明できない.
- 4) パラメータの数が多すぎる.
- 5) 重力の問題は全く埒外である

余次元理論批判(1)

出発点そのものが自己矛盾した考え方

- 余次元空間が通常の4次元時空と全く異質なものなら、時空とは何の関係もない！

単なる仮想的な(内部自由度の)空間

- $4 + d$ 次元という高次元時空があるのなら、空間の回転に対する対称性が必要、

が……それは明白に現実と矛盾。

余次元理論批判(2)

手で余次元空間を差別

- スタートするときには, $4 + d$ 次元対称なものの採用(ラグランジアン密度).
- しかし作用積分には都合のよいよう勝手に境界条件を課する.

余次元理論は, 最初からつぎはぎ理論.

余次元理論批判(3)

発散の困難が深刻化

高次元の時空では紫外発散が強烈になる
→ すべての相互作用がくりこみ不可能.

その精神的支柱の超弦理論も
非摂動論的定式化なし.

4 次元時空が高次元空間の中に浮かぶ
3-ブレーンだと考える余次元理論の場合

場の量子論の枠内での 相互作用の閉じ込めを実現する 可能性の考察

超弦を考えずに, 3-ブレーンだけを
無断で拝借するのは解せない.

場の量子論の枠内での 相互作用の閉じ込めを実現する 可能性の考察

[例1] 量子ホール効果:

- 空間2次元の電子系.
3次元時空の量子電磁力学により
実験結果を正しく説明できる.

しかし、重要な例外がクーロン力($1/r^{D-1}$ に比例).

・量子ホール効果の場合

$D = 2$ の $1/r$ でなく、 $D = 3$ の $1/r^2$ に比例

クーロン力を伝達するのは、観測にかかる
横波の光子ではなくて、絶対に観測にかからない
縦波とスカラーの光子だから.

[例2] ブラックホール

- ブラックホール内で起こる
いかなる物理的事象の情報も
外には出られない.
- 3つだけ例外が存在:
質量, 角運動量, 電荷.
- 前2者は観測にかからない重力子,
後者は観測にかからない光子により伝達.

**結局，
万有引力とクーロン力は
閉じ込めできない**

初めから重力場だけを
特別扱いする理論の場合

初めから重力場だけを特別扱いする理論の場合

- 重力場以外のすべての場は4次元時空 x^μ のみの関数,
- 重力場のみ余次元座標 y^m にも依存する $g_{MN}(x; y)$ と仮定.

重力場だけが内部自由度をもつ(初めから高次元対称性なし)

- このタイプの理論の利点は, 余次元空間の構造を利用して 10^{-17}cm の量を産み出せること.

物質のない余次元のスケールは測れない!!

- 重力以外のどんなものも使えない空間では距離を測れない.
- 最初から手で 10^{-17}cm のスケールを持ち込むのと物理的に同じ.

余次元を導入すべき

積極的根拠は全くなし.

今のところ

まだ観測と矛盾していないという
消極的根拠のみ.

余次元の存在への直接的反証

- 「余次元空間のサイズが十分小さければ、余次元がないのと同じに見えるはず」
- この直観的信念は実はウソ!! (アインゴルン・ツーク, 2009 年)

カルーツァ・クライン型の余次元理論で、
重力の源が余次元方向に広がりを持たない
理論は、現在すでに確立している観測値に
よって完全に排除される。

余次元の存在への直接的反証

- 水星の近日点移動

ニュートン理論の値からのずれが存在(ルヴェリエ, 19 世紀半ば).

ずれは角度にして100 年間に 約43 秒角

一般相対性理論は, 新しいパラメータの導入なしにピッタリと導出.

アインゴルン・ツーク,

$D + 1$ 次元 ($D = 3 + d$) アインシュタイン方程式で計算.

結果は余次元空間の体積には無関係で, $D/(D-2)$ に比例.

$d = 0$ (4 次元時空) のとき42.94 秒角

$d = 1$ (5 次元時空) のとき28.63 秒角

$d = 6$ (超弦理論) のとき18.40 秒角

$d = 0$ 以外は観測値との不一致は誤差の範囲を大きく上回る.

余次元空間の体積 V に全く依存しない理由

[3 次元のニュートンの万有引力定数]

$$= [\text{係数}][\text{余次元理論での重力定数}]/V$$

- V は万有引力定数の定義の中に取り込まれる,
(ある種のくりこみのようなもの)
- アインシュタイン方程式は微分方程式であるため,
余次元空間のサイズには無関係.

次元数には依存する理由：

アインシュタイン方程式が非線形方程式であることに依ると考えられる。

計量テンソルのトレース $g^{MN}g_{MN} = D + 1$.

- 重力による光の湾曲についても同様な結果
結果は $(D-1)/(D-2)$ に比例.
- 重力による光の振動数のシフトは次元によらない.
(リーディング・オーダーで)次元によらない.

結論

余次元は存在しないと
考えるのが
最も自然である.



坂東さんは怒る！

